

Matematik A – stx, august 2017

1. Identitet og formål

1.1. Identitet

Matematik er uundværlig i den naturvidenskabelige og teknologiske udvikling samt i de fleste aspekter af styring og udvikling af samfundet. Matematik er samtidigt væsentlig i hverdagen. Matematik har ledsaget kulturens udvikling fra de tidligste civilisationer og menneskets første overvejelser om tal og form. Videnskabsfaget matematik har udviklet sig gennem en stadig vekselvirkning mellem anvendelser og teoriopbygning.

Når hypoteser og teorier formuleres matematisk, vindes ofte ny indsigt. Den udbredte anvendelse af matematik og matematiske metoder til modellering og problemløsning bunder i fagets potentiale til at indfange og beskrive, hvordan mange vidt forskellige fænomener grundlæggende opfører sig ensartet. Gennem abstraktion og anvendelse af logik bliver bagvedliggende fælles strukturer og lovmæssigheder tydelige og brugbare.

1.2. Formål

Eleverne skal opnå alment dannende, anvendelsesbetonet og teoretisk studieforberevende matematisk indsigt og erkendelse af matematikkens afgørende betydning for at kunne beskrive, forstå og kommunikere om naturvidenskabelige og teknologiske samt samfundsvidenskabelige og kulturelle spørgsmål. Herigennem skal de opnå et solidt grundlag for at kunne begå sig og bidrage aktivt, konstruktivt og innovativt i et demokratisk samfund.

Konkret skal eleverne opnå kompetence til at forstå, formulere og behandle problemer i relation til omverdensfænomener, såvel som viden om og kundskaber til at operere med matematisk ræsonnement, logisk tankegang og den kumulative opbygning af faget. Herved skal eleverne blive i stand til at kunne forholde sig kritisk til og vurdere andres brug af matematik samt opnå tilstrækkelige faglige kompetencer til at kunne gennemføre en videregående uddannelse med betydelig matematiskteoretisk indhold.

2. Fagligt indhold og faglige mål

2.1. Faglige mål

Eleverne skal kunne:

- Operere med tal og repræsentationer af tal samt kritisk vurdere resultater af sådanne operationer
- håndtere formler, kunne opstille og redegøre for symbolholdige beskrivelser af variabelsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse problemer med matematisk indhold
- oversætte mellem de fire repræsentationsformer tabel, graf, formel og sproglig beskrivelse
- anvende statistiske og sandsynlighedsteoretiske modeller til beskrivelse af data fra andre fagområder, foretage simuleringer, gennemføre hypotesetest, bestemme konfidensintervaller, kunne stille spørgsmål ud fra modeller, have blik for hvilke svar, der kan forventes, samt være i stand til at formulere konklusioner i et klart sprog
- anvende funktionsudtryk og udtryk for afledede funktioner i opstilling af matematiske modeller på baggrund af datamateriale eller viden fra andre fagområder, kunne analysere givne matematiske modeller, foretage simuleringer samt fremskrivninger og forholde sig reflekterende til idealiseringer og rækkevidde af modeller
- anvende forskellige fortolkninger af stamfunktionsbegrebet og forskellige metoder til løsning af differentialligninger
- opstille geometriske modeller og løse geometriske problemer baseret på en analytisk beskrivelse af geometriske figurer og flader i koordinatsystemer samt udnytte dette til at svare på teoretiske og praktiske spørgsmål, herunder problemløsning med anvendelse af vektorfunktioner og funktioner af to variable
- anvende matematiske værktøjsprogrammer til eksperimenter og begrebsudvikling samt symbolbehandling og problemløsning
- operere med og redegøre for matematiske ræsonnementer og beviser samt de induktive og deduktive sider ved opbygningen af matematisk teori
- demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling
- demonstrere viden om matematikkens udvikling i samspil med den historiske, videnskabelige og kulturelle udvikling
- demonstrere viden om fagets metoder og identitet
- anvende begreber og metoder fra diskret matematik inden for udvalgte områder
- beherske mindstekrav omfattende grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer inden for kernestoffet
- kommunikere aktivt i, med og om matematik i både mundtlig og skriftlig formidling
- læse matematikfaglige tekster på engelsk samt, når det er muligt, på andre fremmedsprog.

2.2. Kerne stof og mindstekrav

Gennem kernestoffet skal eleverne opnå faglig fordybelse, viden og kundskaber.

Kernestoffet er:

- overslagsregning, regningsarternes hierarki, symbolmanipulation, ligefrem og omvendt proportionalitet, det udvidede potensbegreb, ligningsløsning med algebraiske og grafiske metoder samt numeriske metoder med brug af matematiske værktøjsprogrammer, tilnærmet og eksakt værdi samt absolut værdi
- procent- og rentesregning, absolut og relativ ændring, renteformel
- statistiske metoder til håndtering af diskret og grupperet datamateriale, grafisk præsentation af statistisk materiale, stikprøve og empiriske statistiske deskriptorer samt anvendelse af lineær, eksponential, potens- og polynomiel regression, herunder usikkerhedsbetragtninger og residualplot
- kombinatorik, grundlæggende sandsynlighedsregning, sandsynlighedsfelt og stokastisk variabel, binomialfordeling og normalfordeling, konfidensintervaller, hypotesetest i binomialfordelingen
- funktionsbegrebet, sammensat funktion, stykkevist defineret funktion, invers funktion, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner og deres grafiske forløb: lineære funktioner, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner samt trigonometriske funktioner
- definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, afledet funktion for de elementære funktioner samt regnereglerne for differentiation af sum, differens og produkt af funktioner samt differentiation af sammensat funktion
- monotoniforhold, ekstrema og optimering samt sammenhængen mellem disse begreber og begrebet differentialkvotient
- vektorer i to dimensioner givet ved koordinatsæt, herunder skalarprodukt, determinant, projektion, vinkler, areal, linje, cirkel, skæringer og afstandsberegninger samt anvendelser af vektorbaseret koordinatgeometri til opstilling og løsning af plangeometriske problemer, herunder trigonometriske problemer
- vektorfunktioner, grafisk forløb af banekurver, herunder tangentbestemmelse, samt anvendelser af vektorfunktioner
- funktioner af to variable, partielle afledede og grafisk forløb, herunder niveaukurver
- stamfunktion for de elementære funktioner, ubestemte og bestemte integraler, sammenhængen mellem areal og stamfunktion, regneregler for integration af sum og differens af funktioner samt af en funktion gange en konstant og integration ved substitution, anvendelser af integraler
- lineære og separable differentiaalligninger af første orden, herunder den logistiske differentiaalligning, kvalitativ analyse af differentiaalligninger samt opstilling af simple differentiaalligninger
- principielle egenskaber ved matematiske modeller, matematisk modellering, herunder anvendelse af nogle af ovennævnte funktionstyper og kombinationer heraf, samt modellering med anvendelse af afledet funktion.

Mindstekravene tager udgangspunkt i kernestoffet og omfatter grundlæggende matematiske færdigheder og kompetencer, dvs. eleven skal kunne anvende matematiske begreber og gennemføre simple ræsonnementer, skifte mellem repræsentationer, håndtere simple matematiske problemer uden og med matematiske værktøjsprogrammer samt udøve basal algebraisk manipulation.

2.3. Supplerende stof

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof skal perspektivere og uddybe kernestoffet med henblik på at udvide elevernes faglige horisont, understøtte samspillet med andre fag og give plads til bearbejdning af matematiske tekster.

For at eleverne kan leve op til alle de faglige mål, skal det supplerende stof blandt andet omfatte sammenhængende forløb med:

- vægt på deduktive metoder og bevisførelse inden for udvalgte emner, herunder infinitesimalregning
- bearbejdning af autentisk datamateriale
- simulering af nulhypotese
- begreber og metoder fra diskret matematik
- opsparings- og gældsannuitet
- matematikhistorisk perspektiv
- inddragelse og diskussion af videnskabssteoriske spørgsmål og matematiske metoder.

2.4. Omfang

Det forventede omfang af det faglige stof svarer til 500-700 sider afhængigt af det valgte undervisningsmateriale.

3. Tilrettelæggelse

3.1. Didaktiske principper

Undervisningen tilrettelægges ud fra et overordnet princip om variation i arbejdsformer og undervisningsformer med henblik på at udvikle den enkelte elevs matematikfaglige potentiale.

Undervisningen organiseres i forløb med en passende balance og hensigtsmæssig sekvensering mellem undersøgelsesbaserede, dialogbaserede og formidlende aktiviteter, hvor omdrejningspunktet er elevernes selvstændige arbejde med faget i grupper såvel som individuelt.

Undervisningen skal have eksplicit fokus på matematiske aktiviteter, der tager udgangspunkt i den gensidigt befordrende vekselvirkning mellem faginterne og fageksterne problemstillinger, hvor matematikken bringes i anvendelse inden for faget selv og i relation til omverdensfænomener.

For hvert større forløb formuleres med udgangspunkt i elevernes faglige forudsætninger faglige mål og delmål, og der tages stilling til, hvordan eleverne skal demonstrere opnåelse af målene undervejs og ved afslutning af forløbet, samt hvordan undervisningsforløbet evalueres.

Specielt skal undervisningen i grundforløbet tilrettelægges, så der skabes en hensigtsmæssig overgang fra folkeskolens beskrivende og forklarende til gymnasiets ræsonnerende og begrundende matematikfaglige skriftlige og mundtlige aktiviteter. En del af det faglige stof, der skal behandles i grundforløbet er centralt fastlagt og omhandler lineære modeller, herunder lineære funktioner. Dette gøres til genstand for afprøvning i en screening i den afsluttende del af grundforløbet.

Der lægges i undervisningen stor vægt på matematisk ræsonnement, problemløsning og modellering tilpasset A-niveauets profil, hvor elevernes selvstændige arbejde med formulering af matematiske spørgsmål og problemer skal være central.

I arbejdet med modelleringsfaserne skal eleverne opnå indsigt i, hvordan de samme matematiske teorier og metoder kan anvendes på vidt forskellige fænomener, og omvendt hvordan forskellige matematiske teorier og metoder kan anvendes på ét og samme fænomen. Specielt skal matematiseringsfasen være genstand for særligt uddybende behandling.

Gennem en undersøgende tilgang til matematiske emner og problemstillinger skal elevernes matematiske begrebsapparat og innovative kompetencer udvikles. Dette sker blandt andet ved at tilrettelægge induktive forløb, hvor eleverne får mulighed for selvstændigt at formulere formodninger ud fra konkrete eksempler og eksperimenter.

Deduktiv argumentation er en fundamental bestanddel af matematikfaget, og derfor skal udvalgte forløb tilrettelægges, så eleverne gennem selvstændigt arbejde med stoffet opnår en klar forståelse af den generelle deduktive verifikation af matematisk teori.

Elevernes grundlæggende matematiske færdigheder skal udvikles og gøres robuste gennem eksplicit fremhævelse af relevante mindstekrav, når disse optræder i den faglige kontekst i en given undervisningssekvens.

Progressionen i det faglige indhold og den faglige fordybelse skal sikres gennem tilbagevendende behandling og uddybning af faglige begreber, således at eleverne ved afslutning af det samlede forløb til A-niveau med inddragelse af elementer fra underliggende taksonomiske niveauer kan anvende deres erhvervede matematiske færdigheder og kompetencer til at ræsonnere matematisk samt forstå og løse matematiske problemer på det aktuelt højere niveau.

Den enkelte elev skal i undervisningen aktivt kommunikere i, med og om matematik, så matematiske begreber og matematikkens universelle symbolsprog bliver et naturligt redskab for den enkelte elev i både mundtlig og skriftlig formidling af matematikfaglig viden og i tilegnelsen af matematiske tekster.

Matematiske værktøjsprogrammer skal udnyttes til at understøtte matematisk begrebsdannelse, udføre komplicerede beregninger, træne grundlæggende matematiske færdigheder og bearbejde symbolske udtryk.

3.2. Arbejdsformer

Elevernes mulighed for selvstændig tilegnelse og anvendelse af matematiske begreber samt problemløsnings- og modelleringsstrategier skal stå i centrum for ethvert valg af arbejdsform.

Arbejdsformer vælges med udgangspunkt i elevernes sociale og faglige forudsætninger samt en hensigtsmæssig progression med hensyn til selvstændighed og ansvar, så elevernes studieparathed med henblik på matematiktilegnelse udvikles både i samarbejdsrelationer og individuelt.

I den daglige undervisning skal der indgå både mundtlige og skriftlige arbejdsformer, der sikrer, at den enkelte elev udvikler kompetence til (individuelt og i samarbejde med andre) at tilegne sig matematisk indsigt gennem læsning, bearbejdning og formidling af matematiske tekster. Der skal herunder indgå tekster på engelsk samt, når det er muligt, på andre fremmedsprog. Der skal arbejdes eksplicit med den mundtlige dimension. Udvalgte forløb i kernestoffet tilrettelægges som styrede læringsforløb, hvor eleverne parvist eller i mindre grupper arbejder selvstændigt med stoffet gennem hele forløbet og udvikler deres matematiske begrebsdannelse gennem deres indbyrdes faglige diskussion. Arbejdsoplægget til de forskellige grupper kan med fordel varieres og afpasses elevernes faglige niveau.

Åbne eller delvist åbne faginterne eller fageksterne problemstillinger skal være genstand for både korte og længere projektorienterede forløb, hvor eleverne arbejder undersøgende ud fra vejledning om, hvilken matematik der kan bringes i spil, og efterfølgende afrapporterer deres resultater. De behandlede problemstillinger skal ikke nødvendigvis være de samme for alle elever.

Som en afgørende støtte til tilegnelsen af matematisk teori og metode skal eleverne i og uden for undervisningen arbejde både individuelt og i grupper med opgaveløsning. Vægten skal dels lægges på træning af basale matematiske færdigheder og problemløsning og dels på anvendelse og diskussion af forskellige løsningsstrategier med og uden matematiske værktøjsprogrammer.

Løbende i det samlede forløb til A-niveau demonstreres, hvorledes det faglige stof kan udmøntes i mundtlige og skriftlige eksamensspørgsmål, der er tilpasset det aktuelle taksonomiske niveau og den kronologiske placering i det kumulative forløb til A-niveau.

Afsluttende afsættes 6 timers undervisningstid til en forberedelsesperiode til den skriftlige prøve i faget, jf. pkt. 4.2, hvor eleverne selvstændigt arbejder med et centralt stillet forberedelsesmateriale under vejledning.

3.3. It

Matematiske værktøjsprogrammer kan inddrages i alle aspekter af matematisk arbejde og skal inddrages på en måde, så de bliver en naturlig del af elevernes personlige matematiske beredskab med henblik på undersøgende aktiviteter, begrebstilegnelse, beregninger og formidling.

Eleverne skal opnå indsigt i det gensidige afhængighedsforhold mellem på den ene side værktøjsprogrammernes potentiale som støtte for udviklingen af matematisk forståelse og på den anden side den matematikbeherskelse, der er nødvendig for at sikre en indsigtfuld og kritisk anvendelse af selvsamme værktøjsprogrammer.

Undervisningen skal tilrettelægges med en hensigtsmæssig vekslen mellem brug af matematiske værktøjsprogrammer og "blyant og papir" (eller redskaber med samme funktionalitet). Både i undervisningen og i elevernes selvstændige arbejde med det matematiske stof skal der træffes bevidste og fagligt velbegrundede værktøjsvalg.

Matematiske værktøjsprogrammer omfatter faciliteter, der understøtter eksperimenterende og dynamiske aktiviteter med funktioner samt i geometri og statistik, herunder dynamisk graftegning og regnearksfaciliteter, samt generel symbolmanipulation med CAS.

3.4 Samspil med andre fag

Når faget indgår i en studieretning, skal dele af det faglige stof vælges med det formål at styrke det faglige samspil i studieretningen gennem behandling af faglige problemstillinger, som indeholder en mere omfattende anvendelse af matematik inden for andre fagområder, som eleverne har kendskab til.

Den faglige progression skal koordineres med naturvidenskabeligt grundforløb og med det andet (de andre) af studieretningens centrale fag, så eleverne oplever sammenhæng mellem matematik og de(t) aktuelle fag.

Der skal tilrettelægges sammenhængende undervisningsforløb, hvor matematik indgår i fagligt samspil med andre fag i studieretningen med det hovedsigte at udvikle elevernes kendskab til matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Mindst ét af forløbene skal være et fagligt samspil med det andet (et andet) af studieretningens centrale fag.

Matematik indgår desuden på lige fod med andre fag i de flerfaglige forløb, der forbereder eleverne til arbejdet med studieretningsprojektet.

Det faglige samspil skal bidrage til, at eleverne opnår dybere indsigt i, at den udbredte anvendelse af matematik og matematiske metoder til modellering og problemløsning bunder i fagets potentiale til at indfange og beskrive, hvordan mange vidt forskellige fænomener grundlæggende opfører sig ensartet. Eleverne skal opnå indsigt i vigtigheden af at overveje og diskutere forudsætninger for en matematisk beskrivelse og vurdere pålidelighed af de resultater, der opnås gennem beskrivelsen.

Når faget optræder som valgfag, skal der ved tilrettelæggelsen af undervisningen lægges særlig vægt på inddragelse af elevernes viden og kompetencer fra de andre fag, som eleverne hver især har eller har haft, så de bidrager til perspektivering af emnerne og belysning af fagets anvendelsesorienterede og alment dannende sider.

4. Evaluering

4.1. Løbende evaluering

Både elevernes matematikfaglige udbytte og selve undervisningen skal løbende evalueres. I evalueringen lægges vægt på undervisningens organisering, arbejdsformer og den enkelte elevs mulighed for at nå de faglige mål for forløbet gennem de valgte aktiviteter samt elevens egen indsats. Specielt skal den enkelte elevs beherskelse af mindstekravene, som de kommer til udtryk i det aktuelle emne på et givet tidspunkt i det samlede forløb til A-niveau, løbende evalueres med henblik på en eventuel særlig indsats. Der skal desuden løbende indgå en vurdering af elevens målopfyldelse som fremskridt på vej mod opfyldelsen af de overordnede faglige mål for A-niveauet.

I afslutningen af grundforløbet gennemføres en skriftlig screening med henblik på at dokumentere den enkelte elevs målopfyldelse i relation til det i grundforløbet centralt fastsatte kernestof. Til screeningen gives to timer, og eleverne skal have adgang til alle hjælpemidler, herunder matematiske værktøjsprogrammer. Opgavesættet omfatter opgaver, der afprøver den enkelte elevs matematiske færdigheder og kompetencer med henblik på at kunne honorere relevante mindstekrav og kunne gennemføre matematik på C-, B- eller A-niveau.

Eleverne skal jævnligt aflevere skriftlige opgavebesvarelser og andre typer af produkter, der evalueres formativt af læreren med henblik på at fremme den enkelte elevs faglige progression.

Udvalgte forløb eller dele heraf tilrettelagt inden for kernestoffet skal afrundes med en individuel skriftlig prøve uden og/eller med matematiske værktøjsprogrammer med henblik på evaluering af de beskrevne faglige mål og delmål for forløbet samt elevernes individuelle træning af den afsluttende skriftlige prøveform, jf. pkt. 4.2.

Udvalgte forløb eller dele heraf afsluttes med en mundtlig fremlæggelse, der evalueres af læreren, med henblik på evaluering af de beskrevne faglige mål og delmål for forløbet samt elevernes individuelle træning af den mundtlige prøve, jf. pkt. 4.2.

I det samlede forløb til A-niveau gennemføres mindst én årsprøve. Hvis årsprøven afholdes efter det første år skal det være en todelt skriftlig prøve, hvor der ved besvarelse af første delprøve ikke må benyttes andre hjælpemidler end en centralt udmeldt formelsamling, mens anden delprøve besvares med matematiske værktøjsprogrammer. Hvis prøven afholdes efter det andet år, så skal det være en mundtlig prøve, der tilrettelægges som den afsluttende mundtlige prøve, jf. pkt. 4.2. Hvis der kun afholdes én årsprøve skal det være efter andet år.

4.2. Prøveformer

Der afholdes en centralt stillet skriftlig prøve og en mundtlig prøve.

Den skriftlige prøve

Grundlaget for den skriftlige prøve er et todelt centralt stillet opgavesæt, som udleveres ved prøven, og forberedelsesmaterialet, jf. pkt. 3.2. Prøvens varighed er fem timer.

Det skriftlige opgavesæt består af opgaver stillet inden for kernestoffet samt i forberedelsesmaterialet, men andre emner og problemstillinger kan inddrages, idet grundlaget så beskrives i opgaveteksten.

Prøven er todelt. Ved første delprøve må der ikke benyttes andre hjælpemidler end en centralt udmeldt formelsamling. Efter udløbet af første delprøve afleveres besvarelsen heraf.

Opgaverne til anden delprøve udarbejdes ud fra den forudsætning, at eksaminanden råder over et matematisk værktøjsprogram, jf. pkt. 3.3.

Den mundtlige prøve

Grundlaget for den mundtlige prøve er en række spørgsmål formuleret af eksaminator med fokus på matematisk ræsonnement og bevisførelse.

De enkelte spørgsmål skal udformes med en overskrift, der angiver det overordnede emne for eksaminationen, og konkrete delspørgsmål samt et ukendt bilag, der perspektiverer emnet. De endelige spørgsmål uden bilag skal offentliggøres i god tid inden prøven og skal tilsammen i al væsentlighed dække de faglige mål, kernestof og supplerende stof.

Spørgsmålene og en fortegnelse over undervisningsforløb, herunder større produkter, samt de ukendte bilag sendes til censor forud for prøvens afholdelse.

Eksaminationstiden er ca. 30 minutter pr. eksaminand. Der gives ca. 30 minutters forberedelsestid.

Første del af prøven består af eksaminandens præsentation af sit svar på det udtrukne spørgsmål suppleret med uddybende spørgsmål. Anden del former sig som en samtale med udgangspunkt i det ukendte bilag og det overordnede emne.

4.3. Bedømmelseskriterier

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilken grad eksaminandens præstation opfylder de faglige mål, som de er angivet i pkt. 2.1.

I denne vurdering lægges der vægt på, om eksaminanden demonstrerer indsigt i matematisk teori og matematisk ræsonnement samt matematikkens anvendelser, og om eksaminanden kan bevæge sig mellem fagets teoretiske og praktiske sider i forbindelse med modellering og problembehandling, herunder om eksaminanden kan reflektere over matematikkens anvendelser i andre fag.

En elev, der honorere alle de mindstekrav, som evalueres ved den skriftlige prøve, opnår som minimum en karakter svarende til bestået.

Ved den mundtlige prøve lægges særligt vægt på eksaminandens kompetence til at kunne kommunikere aktivt i, med og om matematik.

I både den skriftlige og den mundtlige prøve gives der én karakter ud fra en helhedsbedømmelse af eksaminandens præstation.